不安定波の局所成長に着目した遷移点予測法 (複雑流体の数理解析と数値解析)

福西, 祐; ゴイト, ジェイ プラカス; 茂田, 正哉; 伊澤, 精一郎

数理解析研究所講究録
第 1724 巻 2011 年 148-153

不安定波の局所成長に着目した遷移点予測法

東北大学大学院工学研究科 福西 祐(Yu Fukunishi)
東北大学大学院工学研究科 ゴイト, ジェイ プラカス(Jay Prakash Goit)
東北大学大学院工学研究科 茂田 正哉(Masaya Shigeta)
東北大学大学院工学研究科 伊澤 精一郎(Seiichiro Izawa)
Graduate School of Engineering,
Tohoku University

1. はじめに

境界層の乱流遷移は, レイノルズ数や流れ方向の圧力勾配といった境界層そのものの成長に関係する後天的環境要因のほかに, 一様流中の残留乱れや騒音レベルなど境界層に受容される乱れを規定する先天的環境要因に強く依存している. 従来遷移点の予測といえば簡便なe^N法が広く用いられているが, 遷移位置を判定するN値は流れ場によって異なり, またその値も経験的にしか与えられないのが難点であった. これは, もともとe^N法が平行流近似のもとで得られた局所固有モードの不安定波動の成長を追跡した数学的な手法であって, 上述の環境要因が考慮されていないためである. 一般に, 遷移点におけるN値の値がある幅をもって指定されることが多いのもこのためである. 徳川ら[(1)(2)]は2次元境界層を対象に特性の異なる風洞を複数用いて実験を行い, N値が残留乱れと騒音レベルの関数として表せることを示すとともに, 実効的な外乱レベルを考慮して周波数に依存した重み付けを施すことで遷移点の予測精度が大幅に改善できることを報告している.

これに対して本研究は, 局所平行流近似の仮定のもと, 固有モードの不安定波動の非線形成長を直接計算することで境界層の乱流遷移点を精度良く予測することを目指している. レイノルズ数や圧力勾配の影響を基本流の速度分布の形で取り込み, 目的とする速度変動の空間発展を, 非線形性を考慮しつつまた固有モードの変化にも対応しながら計算するのが本手法のポイントである. これまでに圧力勾配のない平板境界層の安定性問題へ適用し線形安定性理論と概ね一致した結果が得られており[(3)(4)(5)], 壁面曲率と流れの安定性の関係についても検討を進めている[(4)]. 平板境界層については, その速度分布をBlasius分布からPohlhausen分布に変え, 形状係数Λを変化させて速度分布形状が乱れの成長に及ぼす影響についても議論している. その結果, いずれの波数においても, Λが減少, すなわち順圧力勾配型から逆圧力勾配型へ速度分布が変化すると成長率が増加し臨界レイノルズ数が低下する現象が見られ, 線形安定性理論と定性的に一致した傾向が得られた[(4)(5)]. これらの結果をもとに, 翼面上に発達する境界層の遷移点を予測したところ, 徳川らの実験結果[(1)]よりもやや上流側の地点が遷移点と判定されることを報告した[(5)]. しかし, 着目する不安定波動の伝播速度を一定とみなしている点や基本流の更新が不連続である点のほかに, 境界層の成長にともなう流れ場の非平行性の影響が考慮されていない点などが課題であった. 本研究ではこれらの点について改善を試み, 再度平板境界層を対象に

安定性の計算を行った．また，2次元翼まわりの流れを取り上げ，遷移点の予測も試みた．

2. 計算方法

基本的な解析方法は，既報[3][4][5]の通りである．境界層内の不安定波動の成長及び減衰は，排除厚さ d^*及び境界層外縁の速度 u_eを代表長さ及び代表速度として無次元化した 3 次元非圧縮性 Navier-Stokes 方程式を解いて求め，その結果をもとに境界層の遷移点予測を行う．ただし，計算負荷の軽減を図るため，図 1 のように物理空間の壁面垂直方向に伸びた 1 次元領域（排除厚さ d^*の 25 倍）に計算領域を限定しており，他の 2 方向は，局所平行流近似の仮定のもと，導入した不安定波動の 1 波長分だけ波数空間上に計算領域を確保して計算をしている．したがって，これらの 2 方向は位相空間のみで基本流の空間勾配は計算されない点に注意を要する．

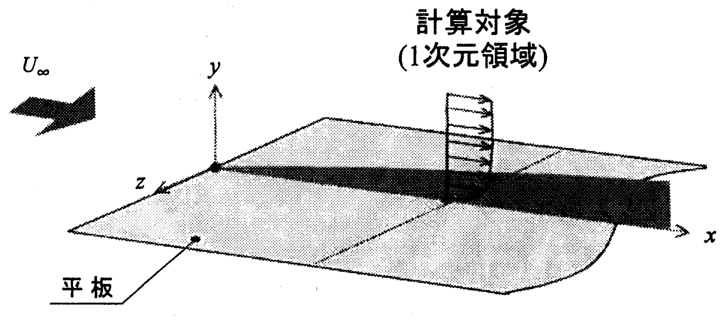

図 1　計算領域（平板境界層）

計算は差分法をベースに行い，速度場と圧力場のカップリングにはフラクショナルステップ法を，時間進行には 4 次精度ルンゲクッタ法を用いた．また，流れ方向とスパン方向の微分量の計算にはスペクトル法を，壁面垂直方向には 4 次精度中心差分を用いた．計算には壁面付近に格子を寄せた不等間隔格子を用い，格子点数は 16×128×4 点とした．したがって，流れ方向及びスパン方向には，波数空間でそれぞれ 8 及び 2 のモード数を許容する．境界条件は，スパン方向及び局所平行流を仮定した流れ方向には周期境界とし，壁面では速度にすべり無し条件を圧力には導関数の値を零とするノイマン条件を与え，外部境界では速度にノイマン条件を圧力にはディレクレ条件を与えた．基本流の速度分布に関しては，平板境界層では Blasius 分布を，2 次元翼では別途予備計算を行って求めたものを与えた．また，初期摂動は rms 値の最大振幅が主流の 0.001% となる T-S 波型の速度変動とし，平板境界層では中立安定曲線分枝 1 の上流側安定領域に，2 次元翼では前方よどみ点よりの加速領域に加えた．

不安定波動の時空間発展は，その伝播速度にしたがって計算点を移動させながら評価する．すなわち，まずその導入地点において Δt だけ時間を進めて不安定波動を成長させ，その伝播速度を求めておく．波動の伝播速度は，FFT により求めた基本モードの波動のフーリエ級数についてその位相変化を複素ベクトルの回転角度として捉えることで算出した．そして成長した不安定波動を再び FFT を用いて基本流から分離して取り出し，計算点を伝播速度にしたがって下流へ移動させる．次に，取り出した不安定波動を新しい計算点の基本流へ加え，再び Δt だけ時間を進める．この一連のプロセスを繰り返すことで不安定波動の成長を Lagrange 的に追跡する．計算点の移動にともなって基本流も随時更新していくことで，境界層が成長する非平行性の影響を間接的に取り込んでいるところがポイントである．流れの不安定性の判断は，このようにして求めた不安定波動の変動エネルギーの成長率に着目して行い，成長率が正となる場合を不安定，負となる場合を安定，変わらない場合

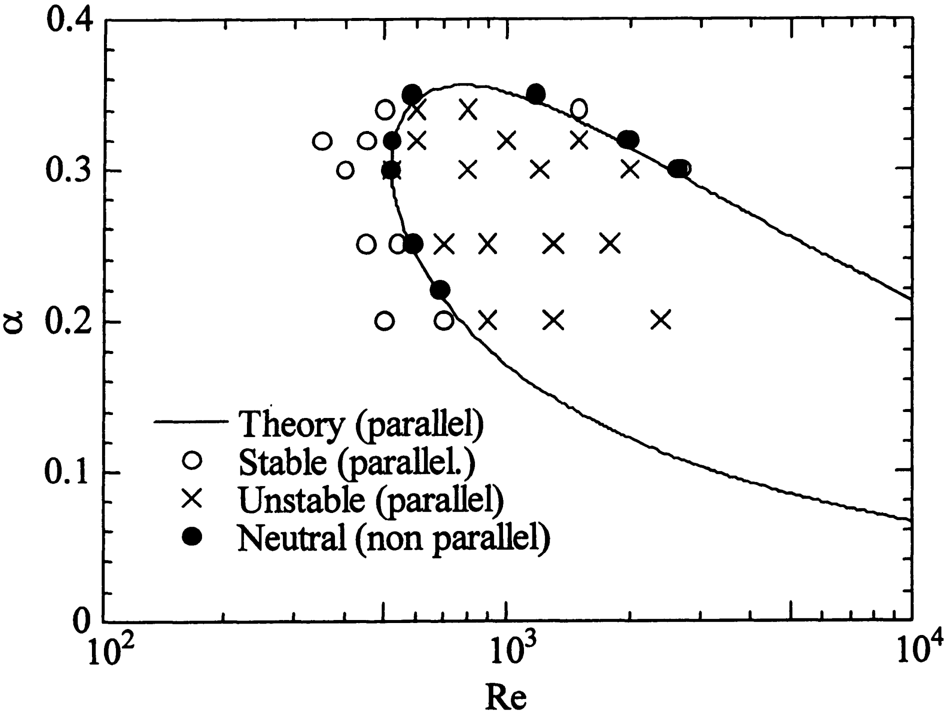

図 2　平板境界層の安定性

を中立安定と判断した.

3. 結果と考察

はじめに平板境界層の安定性の計算を行った. 図 2 に, 線形安定性理論により得られた中立安定曲線と比較した結果を示す. 横軸のレイノルズ数 Re は, 排除厚さ d^*と境界層外縁速度 u_eを代表長さ及び代表速度として定義したもので, 縦軸の波数 a は d^*で無次元化されている. 図中の○と×は, 平行流を仮定して本手法により求めた結果であり, ○が安定, ×が不安定を表す. ●は, 非平行性を考慮した場合の結果で, 中立安定点を意味している. ○は中立安定曲線の安定領域内に, ×は不安定領域内にあり, また●はちょうど中立安定曲線に沿ってプロットされていることがわかる. 実験から得られた臨界レイノルズ数は 400～450 程度と報告されていることを考えると, 非平行性によって中立安定曲線は右側の低レイノルズ数側へシフトするはずである. しかし, 本計算では非平行性を考慮した効果は認められなかった. この理由としては, 非平行性の効果は基本流の成長という形でしか組み入れられておらず, 流れ場の計算自体は局所平行流近似にもとづくため基本流の流れ方向の空間勾配が計算されていないためと考えられる. この問題は計算領域を物理空間の 1 次元領域に限定した代償であり, 今後の検討課題のひとつである.

続いて, 2 次元翼まわりの流れの安定性について評価した. 取り上げた翼型は NACA0015 の対称翼である. 迎角と後退角はいずれも零度とした, 座標系の原点を前縁部よどみ点にとり, コード方向に x 軸, それに垂直に y 軸をとった. 不安定性の評価に必要な基本流の速度分布データは, 前報と同様[5], 予め差分法を用いて 2 次元非圧縮性 Navier-Stokes 方程式を解くことで求めた. レイノルズ数 Re は, 翼弦長 C を代表長さとし境

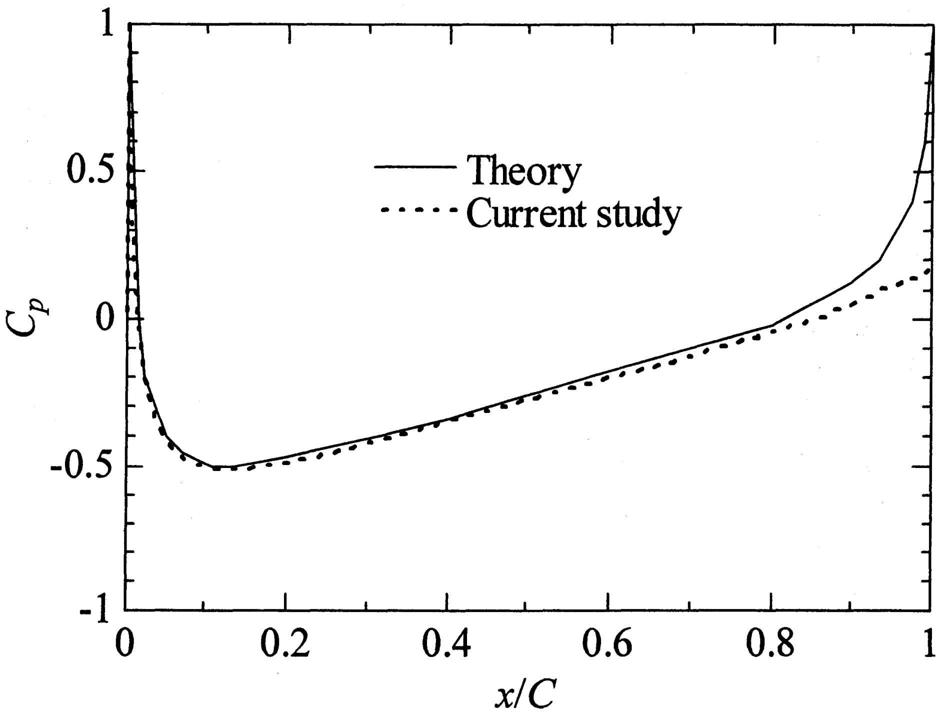

図 3　翼面上の圧力係数分布（基本流）

界層外縁速度u_eを代表速度として定義し，徳川らの実験データ[(1)]にあわせて1.05×10^6とした．基本流の計算格子にはC型格子を用い，周方向に479点，壁面垂直方向に300点の格子点を用いた．翼周りの格子点数は321点あり，翼面付近に格子を集中させた不等間隔格子を採用している．計算領域は，翼の上流側に 15C，下流側に 18C，上下にそれぞれ15Cである．これに対して，遷移点予測のための計算領域は平板境界層の場合と同様1次元であるが，実際の計算は，局所平行流近似にもとづいて流れ方向とスパン方向を波数空間に拡張した3次元領域で行っている．ただし，評価点は付加した不安定波動の伝播速度にしたがって翼面に沿って下流へと移動し，それにともなってその都度基本流も更新される．基本流の速度分布は予備計算の値を用いているが，計算で得られる速度のデータは格子点上に限られるため，評価点が移動して格子点からずれてしまうと対応する速度分布を直接求めることはできない．前報[(5)]では，不安定波動の伝播速度を境界層外縁速度の39%で一定と仮定し，基本流の速度分布として上流側の最近接格子における流速分布をそのまま使用して計算を行っていた．このため，評価点の移動速度が安定性の評価に及ぼす影響は議論の対象外で，また，基本流が予備計算で用いた格子の翼面における流れ方向間隔ごとにステップ状に変化してしまうことなどが問題であった．そこで本研究では，評価点の移動速度を計算によって得られた不安定波動の伝播速度に一致させるとともに，隣接する格子点の速度データを用いて線形補間することで基本流の速度分布を算出し，基本流が滑らかに変化するようにアルゴリズムの改善を図った．

図 3 に，予備計算により求めた翼面上の圧力係数 C_p の分布を示す．後縁付近を除き，理論解とよい一致が得られている．後縁部で理論解からのずれが大きくなるのは，計算では後方よどみ点の位置が振動してしまい，定常な流れ場となっていないことが原因である．

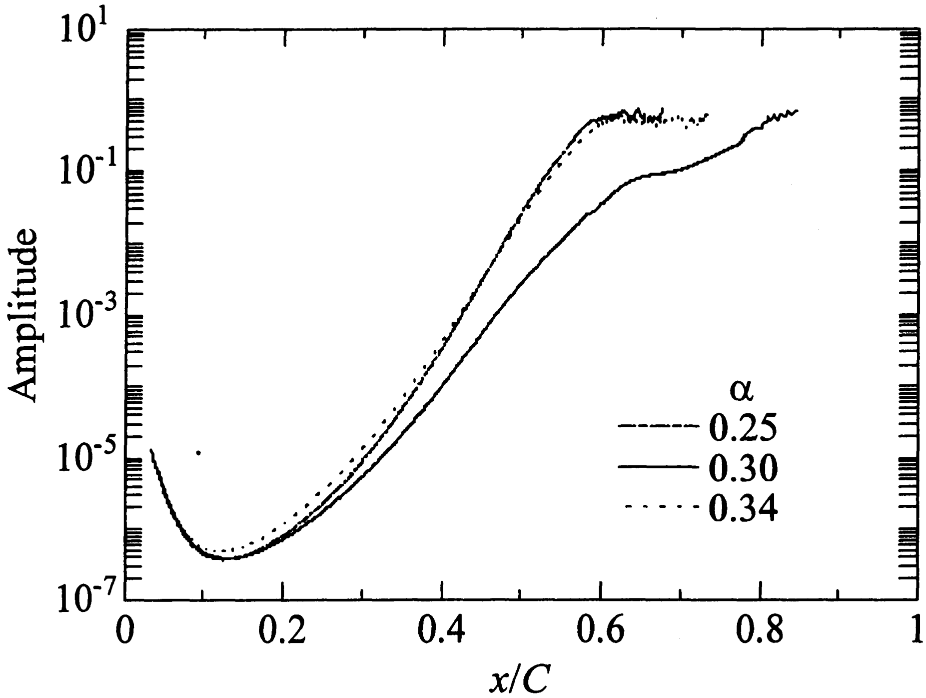

図4 不安定波動の成長

これは，本計算のように迎角が零度の対称翼の計算では，圧力のポアソン方程式が収束しにくいことに原因がある．しかし境界層の遷移点予測に用いるのはこれよりもずっと上流側の領域の速度分布であり，さらに時間平均をとったものを基本流として与えているので，後流の振動による影響は無視できるレベルにあると考えられる．

図4に，$\alpha = 0.24, 0.30, 0.34$ における不安定波動の成長の様子を示す．縦軸の振幅の値は，不安定波動の最大振幅の値を境界層外縁速度 u_e で無次元化したものである．初期摂動は前縁から翼弦長のおよそ 3.4%だけ離れた位置に加え，いずれの波数においてもその速度変動の rms 値が境界層外縁速度 u_e の 0.01%となるように与えている． この位置は中立安定点よりも上流側の安定領域にあるため，不安定波動の振幅は一旦減衰する．そののち，評価点が不安定領域に入ると再び増加に転じ，境界層外縁速度 u_e の 50%を超えたあたりで頭打ちとなっている．このとき，不安定波動の成長率は，波数によって異なることもわかる．本研究では，このように不安定波動の最大振幅が飽和した状態に達した地点を遷移点と定義することにした．ただし，この方法では厳密に遷移点を特定したことにならないので，ある幅をもって遷移領域とみなすこととした．この結果遷移領域は x/C = 0.59～0.62 と求められ，徳川らの実験結果[1]である 0.60 と概ね一致した結果が得られた．このとき，遷移地点の N 値を逆算して求めてみると 13.6～13.9 となり，実験結果の 14.0～17.0 よりも小さな値を取った．しかしこの値は初期摂動の大きさによっても異なり，例えば速度変動の rms 値を現在の半分の大きさにすると，遷移領域は x/C = 0.64～0.64 と下流側へシフトし，また N 値も 14.2～14.3 と大きくなる．したがって，実験結果と一致したように見えた結果は偶然に過ぎず，初期摂動が成長してどの位置で飽和するかは初期摂動の大きさ次第ということになる．このことは，境界層中に受容された一様流中の乱れが中立安定点でどの程度の

振幅となっているのかを知ることができなければ，遷移点を正確に予測することはできないことを示唆している．これは妥当な結果であり，実験条件をそろえて風洞実験を行っても，風洞の気流特性によって遷移点に違いが見られるのはこのためである．ここで強調したい点は，遷移点の予測精度についてではなく，本計算の結果を用いることで，逆に一様流中の乱れが境界層中にどの程度受容され成長を始める中立安定点において波数ごとにどの程度の振幅を有しているのか，といった実験では計測が困難な点について予測が立てられるという点である．

4. まとめ

流れの安定性を予測する手法として非線形性と非平行性を考慮した 1 次元評価手法を提案し，その検証を行った．平板境界層の安定性について調べたところ，平行流近似にもとづいた線形安定性理論の結果とほぼ一致した結果が得られたが，非平行性を取り入れた効果は認められなかった．これは基本流の流れ方向の空間勾配が計算されていないためと考えられ，今後の検討課題である．また，迎角零度の翼面上に発達する境界層の遷移点予測を試みたところ，実験結果に近い遷移点を予測することができた．しかし，この遷移点の位置は初期摂動の振幅の大きさに依存しており，実験結果との定量的な比較は意味をなさないことを改めて確認した．本手法には，当初の目的とは異なるが，遷移点の位置を知ることができれば，実験では計測困難な中立安定点における波数ごとの乱れの振幅値を逆に推測できるという活用法があることを述べておきたい．

参考文献

[1] 徳川直子，髙木正平，跡部隆，井戸敦志，小濱泰昭，二次元翼境界層の自然遷移に対する外乱の影響，ながれ 22 (2003), 485-497.

[2] 徳川直子，髙木正平，実効的なレベルを用いた境界層遷移に対する外乱の評価，ながれ 26 (2007), 385-392.

[3] 佐々木和也，茂田正哉，伊澤精一郎，福西祐，スペクトル法による境界層の不安定モードの解析，日本機械学会 2006 年度年次大会講演論文集, 2 (2006), 401-402.

[4] 堀川敏，茂田正哉，伊澤精一郎，福西祐，非線形性を考慮した流れの不安定性の予測に関する研究，日本機械学会東北支部第 44 期総会・講演会講演論文集, 2008-2 (2008), 85-86.

[5] 伊澤精一郎，堀川敏，茂田正哉，福西祐，非線形性を考慮した流れの不安定性予測，宇宙航空研究開発機構特別資料:「境界層遷移の解明と制御」研究会講演論文集（第 43 回・第 44 回）, JAXA-SP-09-014, (2010), 49-50.